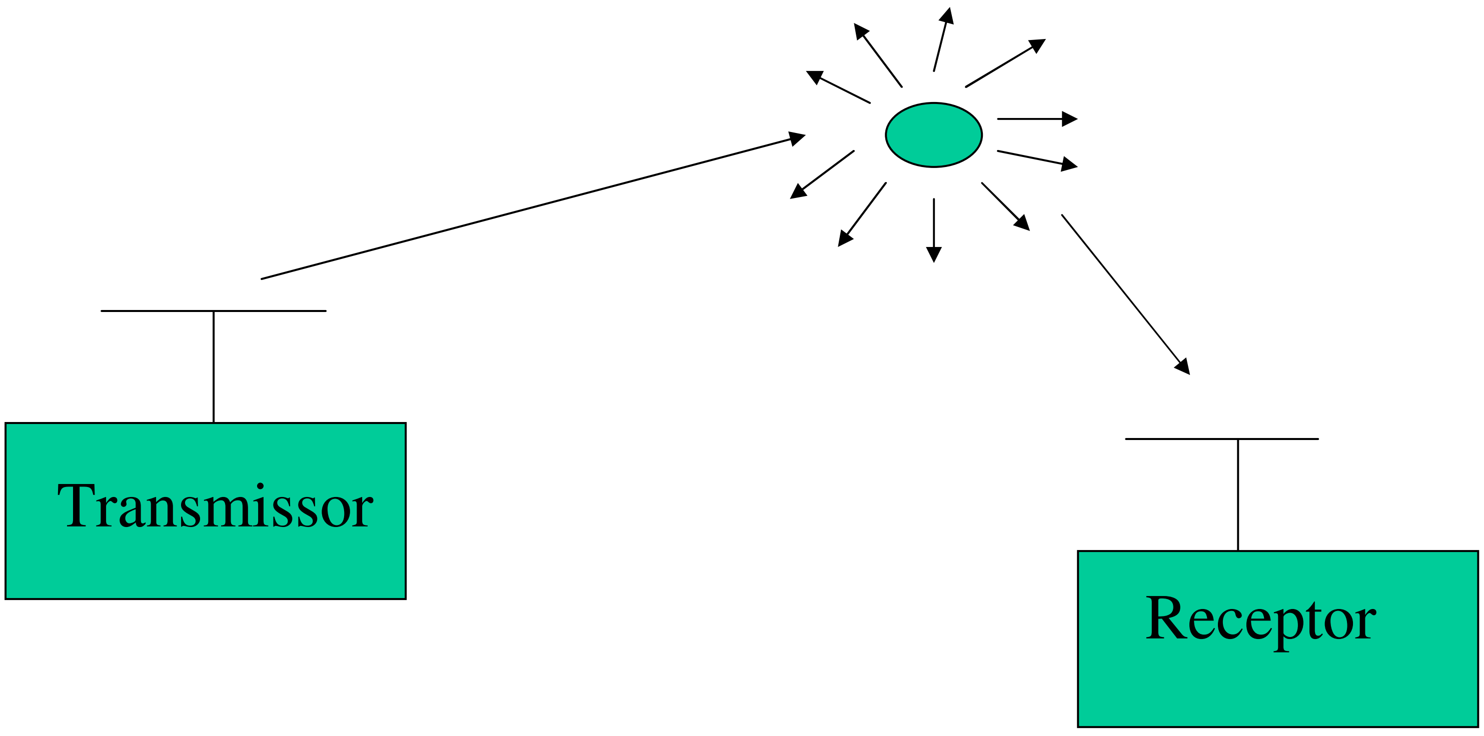
Propagação 1º parte

Prof. Nilton Cesar de Oliveira Borges

Equação do radar:

É quando o sinal de uma antena sofre espalhamento e é recebido por uma outra antena.



Relação entre as potencias de transmissão e recepção no espaço livre:

Fórmula de Friis

$$\frac{Wr}{Wt} = G1 \cdot G2 \cdot \left(\frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot r} \right)^2$$

A razão entre a potencia transmitida e a de recepção será:

$$\frac{Wr}{G1 \cdot G2 \cdot \left(\frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot r} \right)^2} = Wt$$

Ou seja: $Wr = Wt \cdot L$

L nesse caso é chamado de fator de atenuação.

A perda na transmissão então será: $L = \cdot G1 \cdot G2 \cdot \left(\frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot r} \right)^2$

Definimos Lb como perda entre duas fontes isotrópicas ideais no espaço livre, desse modo G1=G2=1 logo:

$$Lb = \left(\frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot r} \right)^2$$

Em decibéis temos:

$$10 \cdot \log Lb = 10 \cdot \log \left(\frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot r} \right)^2 \Rightarrow \quad Lb_{db} = 20\log(4 \cdot \pi \cdot r) - 20\log(\lambda)$$

Densidade de potencia de uma fonte isotrópica

$$S = \frac{Wt}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$$

Densidade de potencia incidente sobre um receptor quando a fonte não é isotrópica e possui diretividade D.

$$S_i = \frac{Wt}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot D \Rightarrow \qquad S_i = \frac{Wt}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \frac{G}{K}$$

Sendo: $D = \dfrac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \cdot At \Rightarrow$ temos: $G = K \cdot \dfrac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \cdot At$

Retornando a equação do vetor de Point

$$S_i = \frac{Wt}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \frac{G}{K} \Rightarrow \quad S_i = \frac{Wt}{\cancel{4 \cdot \pi} \cdot r^2} \cdot \frac{\cancel{K} \cdot \dfrac{\cancel{4 \cdot \pi}}{\lambda^2} \cdot At}{\cancel{K}} \Rightarrow \boxed{S_i = \frac{Wt}{r^2 \cdot \lambda^2} \cdot At}$$

Pode-se constatar que a potencia interceptada pelo alvo é proporcional a potência incidente.

$$W_i = S_i \cdot \sigma$$

Considerando que o sinal se espalha de modo isotrópico temos que a densidade de potência chegando ao receptor é:

$$S_r = \frac{Wi}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$$

A potencia de recepção será:

$$W_r = S_r \cdot A_r \qquad \text{Logo:} \qquad W_r = \frac{Wi}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot A_R$$

Desse modo a potência de recepção será:

$$W_r = \frac{Wi}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot A_R \Rightarrow \qquad W_r = \frac{\sigma \cdot Si}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot A_R \Rightarrow$$

$$W_r = \frac{\sigma \cdot \frac{Wt}{r^2 \cdot \lambda^2} \cdot At}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot A_R \Rightarrow$$

Equação do radar $\boxed{W_r = \sigma \cdot \frac{Wt}{r^2 \cdot \lambda^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot A_t \cdot A_R}$

Utilizando a equação do ganho temos:

$$G = \frac{K \cdot 4 \cdot \pi}{\lambda^2} \cdot A \Rightarrow \quad A = \frac{\lambda^2 \cdot G}{K \cdot 4 \cdot \pi}$$

Substituindo na equação do radar temos:

$$W_r = \sigma \cdot \frac{Wt}{r^2 \cdot \lambda^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \frac{\lambda^2 \cdot G_r}{K_r \cdot 4 \cdot \pi} \cdot \frac{\lambda^2 \cdot G_t}{K_t \cdot 4 \cdot \pi}$$

$$\boxed{W_r = \sigma \cdot \frac{Wt \cdot \lambda^2 \cdot G_r \cdot G_t}{r^4 \cdot (4 \cdot \pi)^3 \cdot K_r \cdot K_t}}$$

Sabendo que:

$$W_i = S_i \cdot \sigma \qquad \text{e} \qquad S_r = \frac{W_i}{4 \cdot \pi \cdot r^4}$$

Aplicando a 1º na 2º temos:

$$S_r = \frac{S_i \cdot \sigma}{4 \cdot \pi \cdot r^4} \Rightarrow \qquad \boxed{\sigma = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^4 \cdot S_r}{S_i}}$$

Exemplo

Qual o alcance máximo (em km) de um radar, com os seguintes parâmetros tipicos.

$$W_t = 100\text{kw}; \text{Sensibidade Minima de recepção} = 100\text{dbm};$$

$$G_t = G_r = 40\text{db}; K_r = K_t = 1; f = 3\text{GHz}; \sigma = 1\text{m}^2$$

$$G_r = 40\text{db} = 10\log G = 10^4$$

$$W_r = -100\text{dbm} \Rightarrow -100 = 10\log\frac{W_r}{1.10^{-3}} \Rightarrow -\frac{100}{10} = \log\frac{W_r}{1.10^{-3}} \Rightarrow$$

$$-10 = \log\frac{W_r}{1.10^{-3}} \Rightarrow 10^{-10} = \frac{W_r}{1.10^{-3}} \Rightarrow 10^{-10}\cdot 10^{-3} = W_r \Rightarrow W_r = 10^{-13}\,\text{w}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^9} = 0{,}1\mathrm{m}$$

$$W_r = \sigma \cdot \frac{Wt \cdot \lambda^2 \cdot G_r \cdot G_t}{r^4 \cdot (4 \cdot \pi)^3 \cdot K_r \cdot K_t} \Rightarrow$$

$$10^{-13} = 1 \cdot \frac{10^5 \cdot 0{,}1^2 \cdot 10^4 \cdot 10^4}{r^4 \cdot (4 \cdot \pi)^3 \cdot 1 \cdot 1} \Rightarrow$$

$$r^4 = 1 \cdot \frac{10^5 \cdot 0{,}1^2 \cdot 10^4 \cdot 10^4}{10^{-13} \cdot (4 \cdot \pi)^3 \cdot 1 \cdot 1} \Rightarrow$$

$$r = \left(1 \cdot \frac{10^5 \cdot 0{,}1^2 \cdot 10^4 \cdot 10^4}{10^{-13} \cdot (4 \cdot \pi)^3 \cdot 1 \cdot 1} \right)^{1/4} \Rightarrow$$

$$r = 149{,}8\mathrm{km}$$

Propagação no Espaço Livre de ondas diretas

Supondo que um transmissor irradia uma potência P_t através de uma antena isotrópica(a qual irradia igualmente em todas as direções) e que um receptor está situado em uma distância r metros do transmissor. Como o transmissor irradia igualmente através de uma superfície esférica em volta da antena, a densidade do fluxo de potência ou vetor de Poynting à uma distância r é dada por,

$$S = \frac{W_t}{4\pi r^2}$$

O vetor de Poynting também poderá ser dado pela equação, $S = E_{rms} H_{rms}$

A relação entre campo elétrico e magnético no espaço livre é dada por,

$$H_{rms} = \frac{E_{rms}}{120\pi}$$

$$S = \frac{W_t}{4\pi r^2}$$

$$S = \frac{E_{rms}^2}{120\pi} \Rightarrow \quad E_{rms}^2 = S \cdot 120\pi \Rightarrow \quad E_{rms} = \frac{\sqrt{30\ W_t}}{r}$$

Se for usado uma antena com ganho G_t , temos:

$$E_{rms} = \frac{\sqrt{30\ W_t\ G_t}}{r}$$

O campo expresso em função do tempo é:

$$E = \frac{\sqrt{60\ W_t\ G_t}}{r}\ e^{i(\omega t - \beta r)}$$

Tranformando a fórmula para quilometros temos:

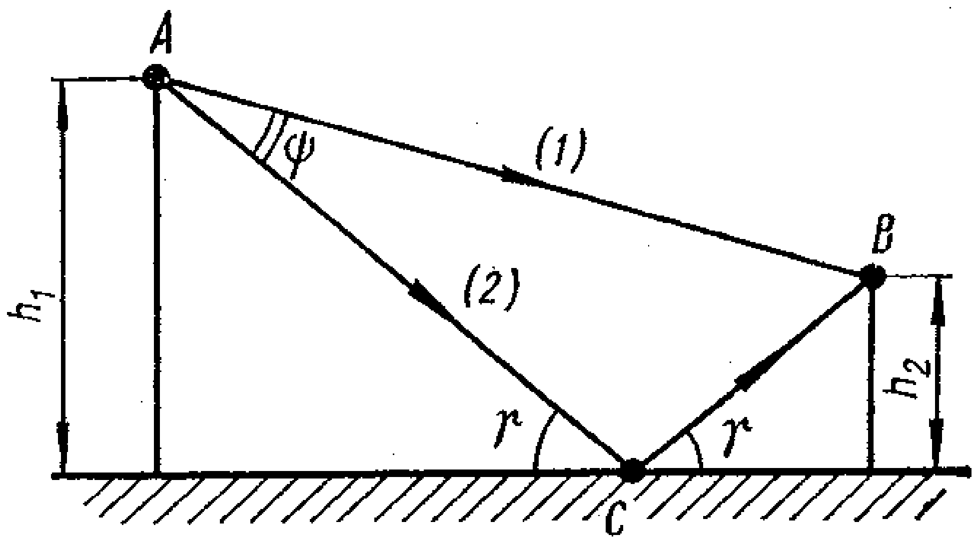
$$E = \frac{245\sqrt{P_{tkw} \quad G_t}}{r_{km}} e^{i(\omega t - \beta r)} \text{ e } E_{rms} = \frac{245\sqrt{P_{tkw} \quad G_t}}{r_{km}}$$

PROPAGAÇÃO DE ONDAS DE SUPERFÍCIE

__Ondas de Superfície sobre Terra Plana com Antenas de Transmissão e Recepção Elevadas com Respeito ao Solo

É conveniente começar o cálculo de ondas de superfície considerando o caso mais simples que o problema da terra plana. Quando as antenas de transmissão e recepção não estão muito distantes podemos considerar desprezível a curvatura da terra e pensar que as ondas se propagam sobre superfície plana com condutividade imperfeita. Adicionalmente podemos considerar a superfície lisa e uniforme em todo o percurso.

O problema a ser resolvido se resume em calcular a intensidade do campo elétrico em um ponto B, dados: ganho da antena transmissora G_t , ganho da antena receptora G_r, potência do transmissor P_t, altura da antena transmissora h_t, altura da antena receptora h_r e distância entre o transmissor e receptor r. A geometria do problema é dada na Figura 3.1.



Campo da onda recebida

Considerando um campo devido `a onda direta E_1, e o campo devido à onda refletida no solo $E_{2.}$

$$E_1 = \frac{245\sqrt{P_{t\,K\omega} G_t}}{r_{1Km}} \quad e^{i\omega t} \qquad E_2 = |R| \frac{245\sqrt{P_{tK\omega} G_t}}{r_{2Km}} .e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r\right)}$$

$(2\pi/\lambda).\Delta r$ representa a diferença em fase entre os dois feixes. As alturas das antena são muito menores que a distância r, sendo assim o ângulo γ é muito pequeno. Quando substituindo o coeficiente de reflexão, $R = |R| e^{-i\theta}$

as equações ficam,

$$E_1 = \frac{245\sqrt{P_{t\,K\omega} G_t}}{r_{1km}} \; e^{i\omega t} \quad \text{(mv/m)}$$

$$E_2 = R\,\frac{245\sqrt{P_{t\,K\omega} G_t}}{r_{2km}} \; e^{i(\omega t - \theta + \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r)} \quad \text{(mv/m)}$$

Para o caso de r >> h_1 e r >> h_2, podemos fazer no denominador $r_1 = r_{2\,=}$ r. Sendo assim o campo resultante fica,

$$E = E_1 + E_2 = \frac{245\sqrt{P_{t\,K\omega}G_t}}{r_{km}}.\left[1 + |R|\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\alpha}\right]e^{i\omega t} \quad \text{(mv/m)}$$

onde

$$\alpha = \theta + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\Delta r$$

$$1 + |\mathrm{R}|\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\alpha} = 1 + |\mathrm{R}|\,cos\,\alpha - \mathrm{i}|\mathrm{R}|\,sen\,\alpha = \sqrt{1 + 2|\mathrm{R}|\,cos\,\alpha + |\mathrm{R}|^2}\ \ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}$$

$$\varphi = \operatorname{arctag} \frac{|R| \operatorname{sen} \alpha}{1 + |R| \cos \alpha}$$

Desse modo temos:

$$E_{rms} = \frac{173 \sqrt{P_{t\,K\omega} G_t}}{r_{km}} \sqrt{1 + 2|R| \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r\right) + |R|^2}$$

Fator F

Fator de atenuação então é definido como:

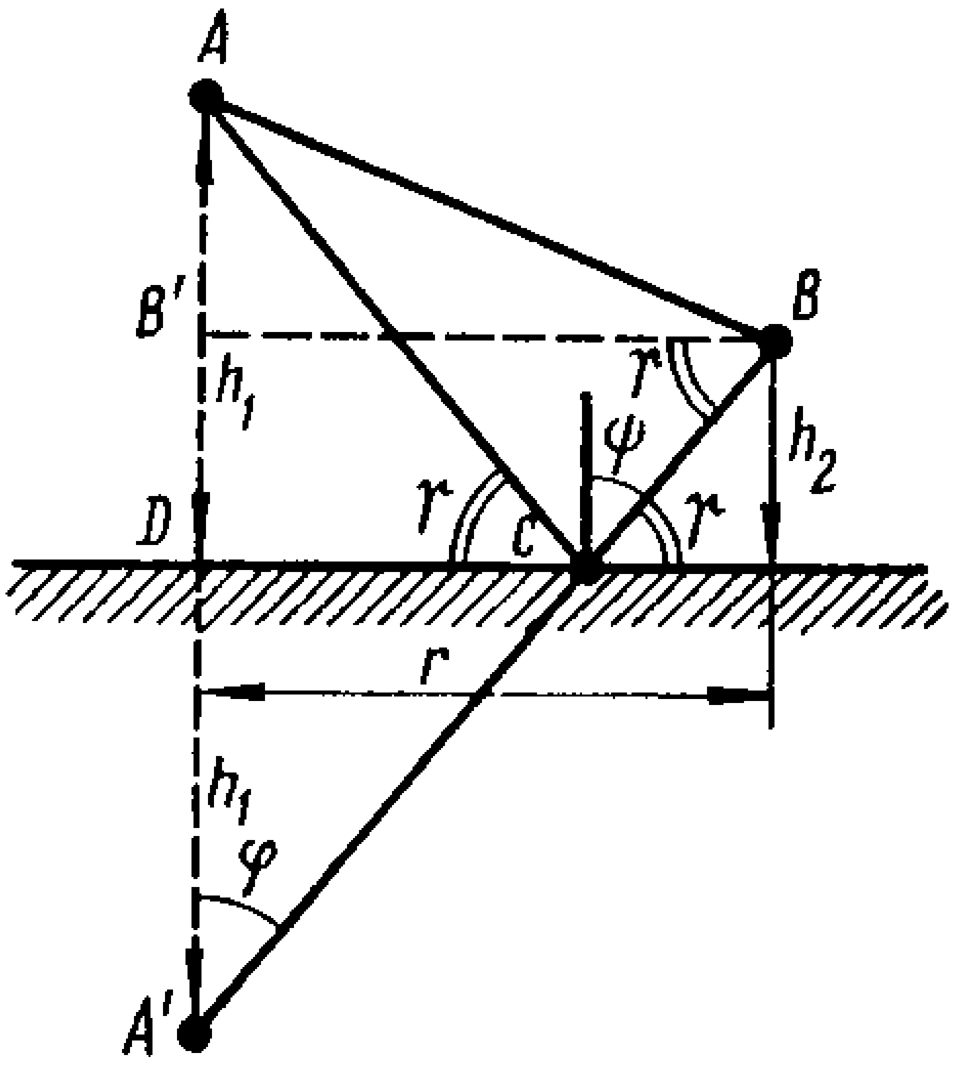
$$F = \sqrt{1 + 2|R|\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r\right) + |R|^2}$$

O ângulo γ pode ser calculado por, $\gamma = \text{arctag}\,\frac{h_1 + h_2}{r}$

Para γ pequeno podemos fazer a aproximação, . $\gamma \cong (h_1 + h_2)/r$

Nas equações que seguem faremos a altura da antena transmissora $\mathbf{h_1 = h_t}$ e a altura da antena receptora $\mathbf{h_2 = h_r}$.

Diferença de percurso Δr.



O valor de Δr pode ser calculado como segue:

$$r_1 = \sqrt{r^2 + (h_t - h_r)^2} = r\left[1 + \left(\frac{h_t - h_r}{r}\right)^2\right]^{1/2} \cong r + \frac{h_t^2 - 2h_t h_r + h_r^2}{2r}$$

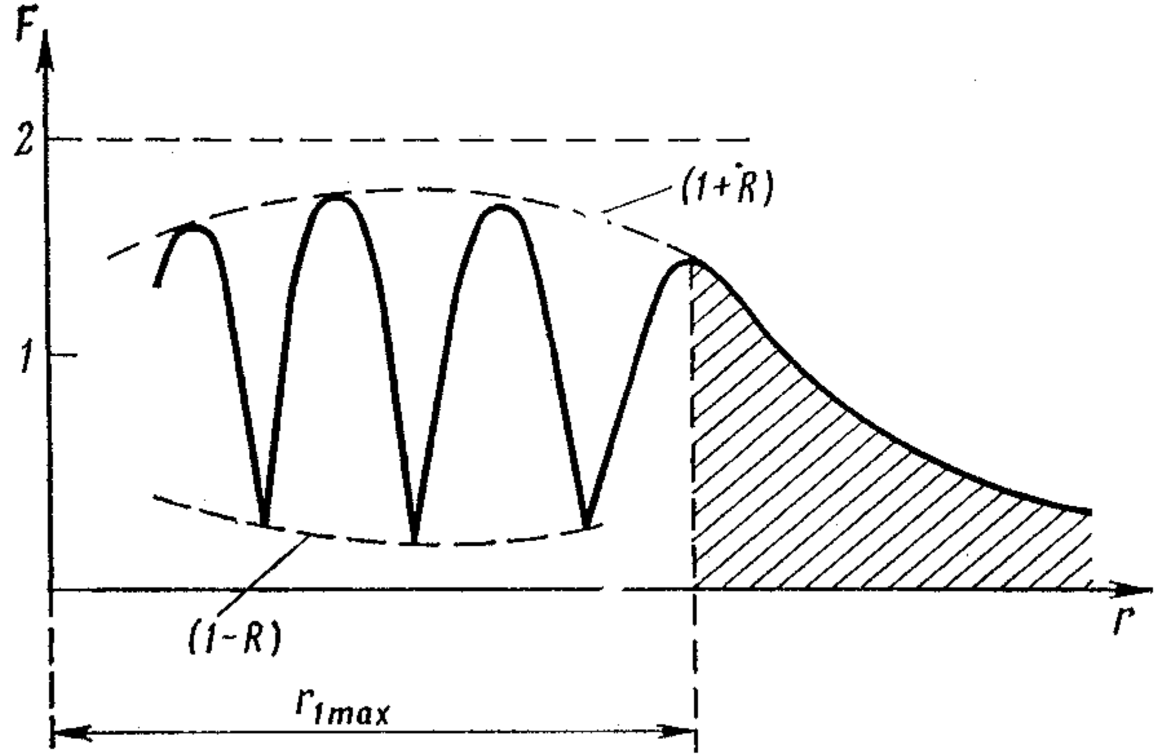
$$r_2 = \sqrt{r^2 + (h_t + h_r)^2} = r\left[1 + \left(\frac{h_t + h_r}{r}\right)^2\right]^{1/2} \cong r + \frac{h_t^2 + 2h_t h_r + h_r^2}{2r}$$

Isso implica em que:

$$\Delta r = r_2 - r_1 \cong \frac{2h_t h_r}{r} (m)$$

O fator F depende do coeficiente de reflexão, que por sua vez depende do ângulo de incidência, e do solo.

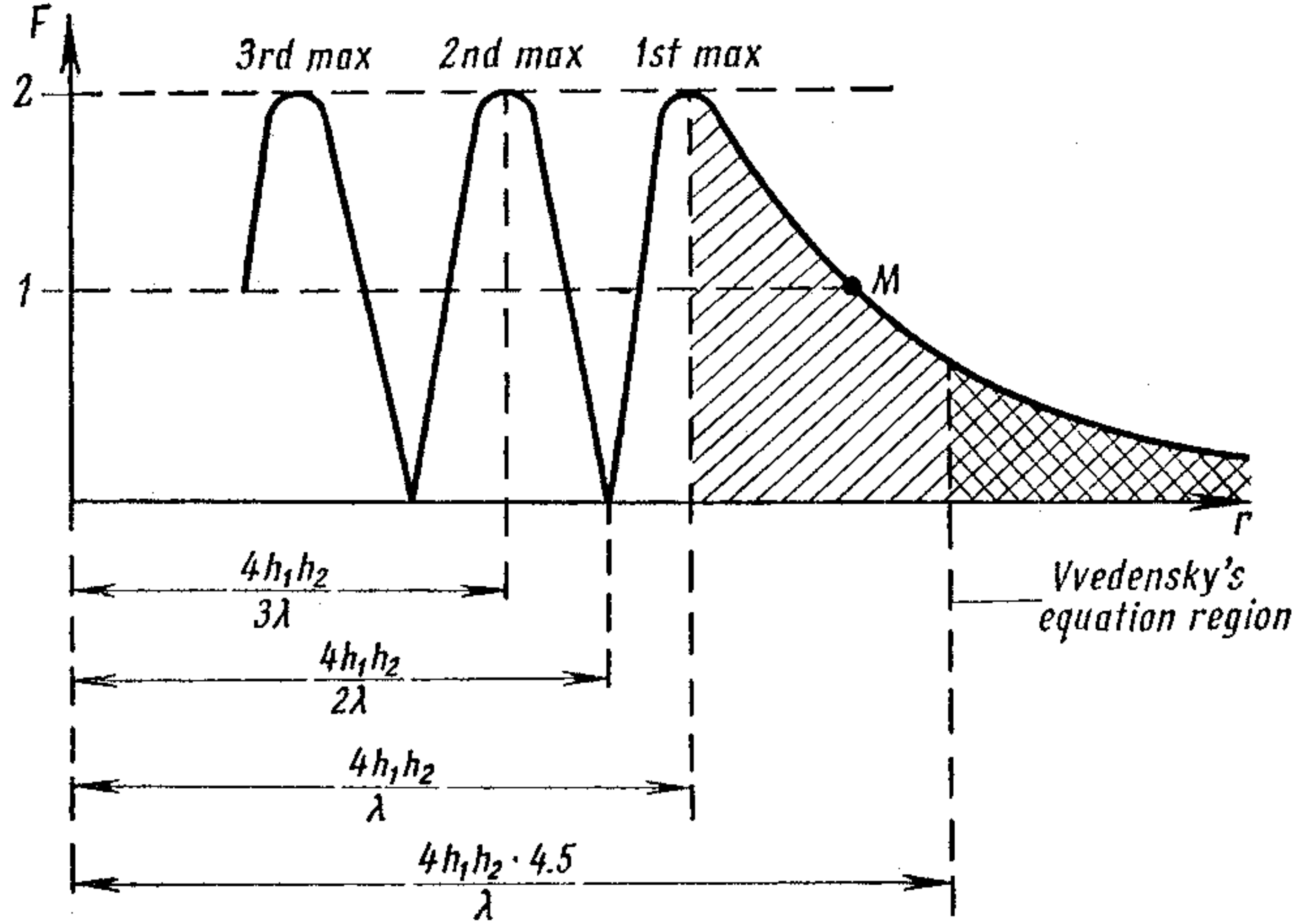
O fator F varia de maneira geral de acordo com a figura abaixo em função da distância. Observa-se que a partir de uma certa distância o valor do campo sempre cai com r



Para o caso em que a distância r é grande comparada a altura das antenas podemos fazer as aproximações R= 1 e θ = 180. Quando |R| ≅ 1 e θ ≅ 180º o fator F , pode ser dado por

$$F = 2\left|\operatorname{sen}\frac{\pi}{\lambda}\Delta r\right| = 2\left|\operatorname{sen}\frac{2\pi h_t h_r}{\lambda r}\right|$$

O valor máximo do fator F será igual a 2, enquanto o valor mínimo será nulo, como pode ser visto pela Abaixo:



A distância onde ocorre os máximos pode ser dada por,

$$\frac{2\pi h_t h_r}{\lambda r} = \frac{\pi}{2}(2n+1) \quad \text{Onde n=0,1,....}$$

Então,

$$r = \frac{4h_t h_r}{\lambda(2n+1)}(m)$$

As distâncias onde ocorre os mínimos são dadas por,

$$\frac{2\pi h_t h_r}{\lambda r} = \pi(1+n)$$

A Eq. de F ainda pode ter uma outra aproximação quando o argumento do seno na equação for pequeno como ocorre em muitos casos práticos. Neste caso a equação ficará:

$$\frac{2\pi h_t h_r}{\lambda r} \leq \frac{\pi}{9} \Rightarrow \qquad F \cong \frac{4\pi h_t h_r}{\lambda r}$$

Está é chamada região de Vvedensky.
O campo na região de Vvednsky é dado pela equação

$$E_{rms} = \frac{2{,}18\sqrt{P_{t\,K\omega} G_t}\;\; h_{tm} . h_{rm}}{r_{km}^2 \lambda_m} (mv/m)$$

Na região de Vvedensky campo varia de maneira inversamente proporcional a r^2 e λ, e diretamente proporcional a h_t e h_r.

Exemplo Determinar a função atenuação e o campo elétrico no ponto do receptor, dado $P_t = 50W$, $\lambda = 10$ cm, $G_t = 60$, $h_t = 25$ m, $h_r = 10$ m e $r = 10$ km. A propagação se dá em rolo úmido. A antena irradia polarização vertical.

Solução:

O coeficiente de reflexão do solo úmido é de , $|R| = 1$ e $\theta = 180^{\circ}$.

$$\gamma \cong \frac{h_t + h_r}{r} = \frac{35}{10^4} = 3{,}5 \text{ x } 10^{-4}$$

$$\frac{2\pi h_t h_r}{\lambda r} = \frac{2\pi \text{ x } 25 \text{ x } 10}{0{,}10 \text{ x } 10^4} > \pi / 9$$

Não podemos usar a equação de Vvedensky, F será dado por

$$F = 2\left|\operatorname{sen}\frac{2\pi h_t h_r}{\lambda r}\right| \cong 2$$

O campo elétrico é dado por,

$$E_{rms} = \frac{2 \text{ x } 173\sqrt{P_{tkw} G_t}}{r_{km}} F = 60 mv / m$$

Fim